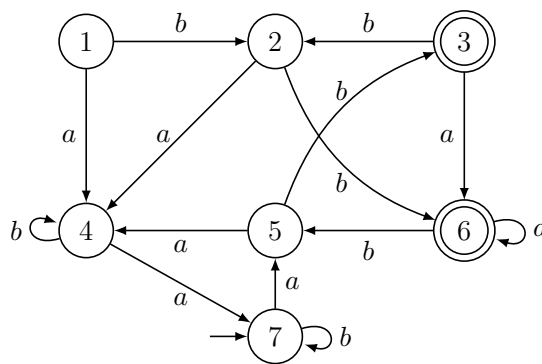


Übungsblatt 12

Ausgabe: 18.01.18
 Abgabe: 25.01.18

Aufgabe 12.1 *Minimierung von DFAs* (25 Punkte)

Der DFA $A = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$ mit $\Sigma = \{a, b\}$, $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $q_0 = 7$ und $F = \{3, 6\}$ sei durch folgende Grafik gegeben:



Minimieren Sie A , d. h. bestimmen Sie den Äquivalenzklassenautomaten A' . Verwenden Sie dazu den Algorithmus aus der Vorlesung und geben Sie auch die Tabelle an, in der Paare inäquivalenter Zustände mit den Mengen M_i markiert sind.

Aufgabe 12.2 *Nerode-Relation und Nerode-Automaten* ((5+5+5) + 10 = 25 Punkte)

Sei $\Sigma = \{a, b\}$.

a) Bestimmen Sie für die Sprache

$$L := \{w \in \Sigma^* : |w| \geq 2 \text{ und die letzten beiden Buchstaben von } w \text{ sind unterschiedlich}\}$$

den Nerode-Automaten in folgenden Schritten:

- i) Geben Sie alle Äquivalenzklassen der Nerode-Relation an und beschreiben Sie jede der Klassen durch Angabe aller in ihr enthaltenen Elemente. (Z. B. $[\varepsilon]_L = \{\dots\}$)
- ii) Wählen Sie für jede Klasse einen (möglichst kurzen) Vertreter und trennen Sie die Vertreter verschiedener Klassen jeweils durch einen Zeugen.
- iii) Geben Sie das Zustandsdiagramm des Nerode-Automaten an.

Hinweis: Um alle Äquivalenzklassen zu bestimmen, beginnen Sie mit der Äquivalenzklasse $[\varepsilon]_L$ des leeren Wortes. Was passiert im Nerode-Automaten, wenn nun ein a bzw. b gelesen wird? Sind die Wörter a, b äquivalent zu ε ? Welche weiteren Äquivalenzklassen treten auf und welche Elemente enthalten sie?

b) Geben Sie (ohne Begründung) den Nerode-Automaten für die Sprache $K := \Sigma^* \cdot \{aaa, aab\}$ an.

Bitte wenden!

Aufgabe 12.3 *Schwierige Sprachen erfordern riesige Automaten!* (25 Punkte)

Sei $n \in \mathbb{N}$ und $\Sigma = \{a, b\}$. Betrachten Sie die Sprache $L_n := \{xy : x, y \in \Sigma^n, x \neq y\}$.

Zeigen Sie: Jeder DFA für L_n besitzt mindestens 2^n Zustände.

Hinweis: Zeigen Sie $\text{Index}(L_n) \geq 2^n$.

Aufgabe 12.4 *Cyber-Fahndung* (10 + 15 + 20* = 25 Punkte + 20 Extrapunkte)

Eine Bande besonders berüchtigter Banditen befindet sich nach einem beispiellosen Banküberfall bei Baden-Baden auf der Flucht. Nach Zeugenaussagen benutzt die Bande vier verschiedene Fluchtwagen, davon zwei Pkws der Marke AUDI, einen CITROËN 2CV und einen DACIA Duster. Außerdem liegen der Polizei Hinweise vor, dass sich der Fluchtwagen-Konvoi in der Reihenfolge (von vorne nach hinten) AUDI, DACIA, AUDI, CITROËN auf der Autobahn A 5 in Richtung Norden bewegt.

Die neue Cyber-Einheit der Bundespolizei beteiligt sich im Rahmen des Projekts „Fahndung 4.0“ und setzt dabei auf allerneueste Technik: Mithilfe der Verkehrsüberwachungskameras und der automatischen Automarken-Erkennung soll der Konvoi aufgespürt werden.

Die Verkehrsüberwachungskameras nehmen alle vorbeifahrenden Autos auf und leiten das Bildmaterial an die Automarken-Erkennung weiter, die daraus eine Autofolge $a_1 a_2 \dots a_n \in \{A, C, D, X\}^n$ erstellt. Dabei steht a_i für die Automarke des i -ten gesichteten Autos und A, C bzw. D bezeichnen die Automarken AUDI, CITROËN bzw. DACIA, während X für jede andere Marke außer den drei genannten steht.

- a) Helfen Sie bei der Fahndung, indem Sie einen DFA A_1 mit möglichst wenigen Zuständen konstruieren, welcher die erfasste Autofolge liest und genau dann „Alarm schlägt“, sobald ein Konvoi der Form AUDI, DACIA, AUDI, CITROËN gesichtet wird. Eine grafische Darstellung des Automaten ohne Begründung ist ausreichend.
- b) Einer brandaktuellen Zeugenaussage zufolge haben die Banditen auf einem Rastplatz ihre Fluchtfahrzeuge gewechselt und sind nun in einem großen Konvoi bestehend aus 177 AUDIs und 1 CITROËN unterwegs. Es ist bekannt, dass sich der CITROËN entweder am Anfang oder am Ende des Konvois befindet, und außerdem, dass sich kein anderes Auto zwischen den Fluchtfahrzeugen aufhält.

Konstruieren Sie einen DFA A_2 , der „Alarm schlägt“, sobald dieser neue Konvoi gesichtet wird. Beschreiben Sie dazu insb. die Zustandsmenge und die Übergangsfunktion und erläutern Sie Ihre Idee dahinter.

- c*) Wenn Sie den Aufgabenteil b) in der folgenden, schwierigeren Variante lösen, erhalten Sie bis zu 20 Extrapunkte.

Variante: Es ist unbekannt, an welcher Stelle im Konvoi sich der CITROËN befindet.

Hinweis zur Variante: Es reicht **nicht** aus, in jedem Zustand die Anzahl der (möglicherweise) zum Konvoi gehörenden AUDIs und die Anzahl der (möglicherweise) zum Konvoi gehörenden CITROËNs zu zählen.