

Übungsblatt 1

Ausgabe: 28.04.2014

Abgabe: 05.05.2014 **vor** Vorlesungsbeginn

Aufgabe 1.1. (3+3)

Page-Rank und Linkfarms

Der Page-Rank einer Seite v sei wie üblich durch $pr(v) = \frac{d}{n} + (1-d) \sum_{(u,v)} \frac{pr(u)}{d_u}$ gegeben, wobei d den Dämpfungsfaktor und n die Anzahl der Seiten insgesamt bezeichne.

Ein Anbieter möchte seiner Website w zu einem höheren Page-Rank verhelfen.

- In einem ersten Versuch legt der Anbieter c neue Seiten an, die jeweils wechselseitig aufeinander und auf die ursprüngliche Seite w verweisen. Zeige, dass sich der Page-Rank seiner Seite w dadurch um höchstens $(1-d-\frac{1}{n}) \cdot \frac{cd}{n+c}$ erhöht.
- In einem zweiten Versuch legt er c Seiten an, die alle ausschließlich auf die Seite w verweisen. Zeige, dass sich der Page-Rank seiner Seite w dadurch um höchstens $(1-d-\frac{1}{n}) \cdot \frac{cd}{n+c}$ erhöht.

Aufgabe 1.2. (3+3)

Konvergenz bei symmetrischen Matrizen

- a) Wir betrachten die symmetrische Matrix $K = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Zeige, dass die Folge $(x_k | k \geq 0)$ mit $x_{k+1} = \frac{K \cdot x_k}{\|K \cdot x_k\|}$ für alle Startvektoren $x_0 = (a, b)^T$ mit $b \neq 0$ nicht konvergiert.

- b) Sei nun $K = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$.

Für welche Startvektoren x_0 konvergiert die Folge $(x_k | k \geq 0)$ diesmal?

Aufgabe 1.3. (2+6+2+2)

Konvergenz des HITS-Algorithmus

Sei nun $K = MM^T$ oder $K = M^T M$ und der größte Eigenwert von K größer als zweitgrößte. Zeige:

- Alle Eigenwerte von K sind nicht-negativ.
- Wenn K nur nicht-negative Einträge hat, dann sind auch alle Komponenten des Eigenvektors v_{\max} zum größten Eigenwert nicht-negativ.
- Das HITS-Verfahren konvergiert für jeden Startvektor mit nur positiven Komponenten gegen v_{\max} .
- Liegt Konvergenz auch dann vor, wenn die beiden größten Eigenwerte identisch sind? Begründen Sie Ihre Antwort.